

Title	のるむ環 ト スペクトル定理
Author(s)	吉田, 耕作
Citation	全国紙上数学談話会. 255 p.362-p.364
Issue Date	1943-07-05
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75065
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

1132. のある環トスペクトル定理

吉田 耕作 (名大)

対称線型作用素ノスペクトル分解定理が東武ハ東環ノ見地カラ取扱ヒ得ルコトハ既ニ良ク知ラレタコトデアルガ、問題ハソノ取扱ヒ方ニアルト思フ。以下ニ述ベルノハ格別巧イワケデモタイガ、先、談話 240 号 250 号ニ関係ニテ讀ンデ頂キタイ。

T ヲ対称線型作用素、 \mathcal{R} ヲ T カラ生成サレタ作用素環トスル。 \mathcal{R} ハ實數ヲ係數トスルノある環:

$\|T\| = \sup_{\|f\|=1} \|T \cdot f\|$ デアル。各 $S \in \mathcal{R}$ ハ対称線型

作用素ガカラ

$$\|S\| = \sup_{\|f\|=1} |(S \cdot f, f)|$$

然ツテ $\|S^2\| = \sup |(S^2 \cdot f, f)| = \sup (Sf, Sf) = \|S\|^2$,
故ニ

$$(1) \quad \|S\| = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\|S^n\|}$$

又 S ノ graph ヲ考ヘテ容易ニワカル様ニ⁽¹⁾

$$(2) \quad S \neq 0 \quad \text{ナラバ} \quad (1 + S^2)^{-1} \in \mathcal{R}$$

上ノ二ツノ性質カラ \mathcal{R} ハ或ルニむは"くヒ空間 \mathcal{H}

(1) 例ヘバ Murray, 本, 42 頁

(2) のある環ノ基本定理

1 上、連続函数ノ全体 トシテ環同型の一表現サレル
譯デアル。

$$S \longleftrightarrow S(M), \quad M \in \mathcal{M}$$

コノコトカラ $(S \cdot f, f) \geq 0$ (全テ、 $f \neq 0$ 對シテ) ヲ

$S \geq 0$ トシタトキ R が束ニナル コトガ云ヘル。即チ

$S(M) \geq 0$ (on \mathcal{M}) ヲ $S \geq 0$ ト書クトキ

$$(3) \quad S \geq 0 \quad \text{ト} \quad S \geq 0 \quad \text{トハ同等}$$

トコトガ云ヘルバヨイコトハ明カデアルガ

(3)ノ証明ハ容易イ。 $S \geq 0$ トスレバ $S = T^2$ ナル如

キ T ($T(M) = \sqrt{S(M)}$) ガアルカラ $S = T^2 \geq 0$

逆ニ $S \geq 0$ トスル。 $S_1(M) = \sup(S(M), 0)$, $S_2(M) = \sup(-S(M), 0)$ トスレバ、上カラ

$$S = S_1 - S_2, \quad S_1 S_2 = 0, \quad S_i \geq 0, \quad S_i \geq 0$$

$$(i = 1, 2)$$

故ニ $S_2 = 0$ ヲ云ヘルバヨイ。所ガ $S \geq 0$ ニヨリ

$$\left\{ \begin{array}{l} (S \cdot S_2 f, S_2 f) = (-S_2^2 f, S_2 f) \\ \qquad \qquad \qquad = (-S_2^3 f, f) \geq 0 \\ \text{從ツテ } (-S_2^3) \geq 0 \text{ 一方 } S_2^3 \geq 0 \text{ ハ明カデカラ} \\ S_2^3 = 0 \end{array} \right.$$

之カラ $S_2^4 = 0$ ヲ得テ $S = 0^{(1)}$

斯クシテ R ハ束デアルコトガワカッヌ。ソヲスレバ

(1) $\|S^2\| = \|S\|^2$ カラ R ハ nilpotent + 元ヲ含マ
+ 1。

記がオー完備 + コトハ又簡単 = 証明デキル。(談話1072)
コト迄クレバすべくとる定理、証明ハ、Baire, cate-
gory 論法 (談話 1072) デモ或ヒハ多ク、人が指摘
シタヌウ = Freudenthal, すべくとる定理デモ使ヘ
心直グ出セル。

鬼 = 角 對稱性 / 定義カラ直グ出テクル (1), (2) カ丁
度 實 の 互環 / 表現定理ヲ使フタメノ条件 = ナッテオモルコ
トガ、問題ノ核心デアル所、R カ束 + ルコト / 相 = 役
立ツワケデアリマス。